فصل ۱

نمونه

۱.۱ اشکال۱

قضیه ۱.۱.۱. *قضیه ۱*

سلام ۰ ۱ ۲ ۳

قضیه ۲.۱.۱. *وَن‌درکارپُت[1]، فرض کنید ϕ تابعی حقیقی مقدار و هموار در بازهٔ (a,b) باشد، و برای هر $t \in (a,b)$ و برای یک عدد صحیح مثبت r، رابطه $\mu \geq |\phi^{(r)}(t)|$ برقرار باشد. بعلاوه اگر $r = ۱$، فرض کنید ϕ' یکنوا نیز باشد. آنگاه یک عدد ثابت مطلق c_r وجود دارد بطوریکه،*

$$\left|\int_a^b e^{i\phi(t)}\,dt\right| \leq c_r\mu^{-۱/r}. \tag{۱.۱}$$

می دانیم،

$$\begin{aligned}
|\beta-\alpha+۳| = & \quad |kX'_\lambda(N_\lambda+n) - kX'_\lambda(N_\lambda+۱)+۳|,\\
\leq & \quad ۳+k(n-۱)\left|\frac{X'_\lambda(N_\lambda+n)-X'_\lambda(N_\lambda+۱)}{N_\lambda+n-(N_\lambda+۱)}\right|,\\
\leq & \quad ۳+k(n-۱)\sup_{۱\leq\tau\leq n}|X''_\lambda(N_\lambda+\tau)|,\\
\leq & \quad ۳+k(n-۱)C_۲\frac{|x'(t)|}{\lambda}.
\end{aligned} \tag{۲.۱}$$

برای $r = ۲$ با استفاده از قضیه (1.1.2) داریم،

$$\left|\int_{N_\lambda+۱}^{N_\lambda+n} e^{۲\pi i(kX_\lambda(\tau)-\nu\tau)}\,d\tau\right| \leq C(\frac{k}{\lambda}|x'(t)|)^{-\frac{۱}{۲}}, \tag{۳.۱}$$

لذا از روابط (۲.۱) و (۳.۱) و (۲.۱) نتیجه می‌گیریم،

[1] van der Corput

۲.۱ اشکال۲

روش مربعی اِن. تاو

این طرح که توسط اِن. تاو[2] طراحی شده است مجموعه‌های پایای ساده‌تری نسبت به طرح قبل ارائه می‌دهد. از دید توپولوژیک، مجموعه‌های پایای این طرح با مربع هم‌ارزند. در این طرح ابتدا، تغییرمختصاتی بصورت زیر انجام می‌دهیم، پایداری این طرح ثابت شده است. چندضلعی $\mathcal{P}_x$ را با مجموعه رئوس

$$\{O_۱, P_k, \dots, P_۱, Q_k, \dots, Q_۱, R_۳, R_۲, R_۱, S_۱, \dots, S_k, S_a, T_۱, \dots, T_{k+۱}\} \qquad (۴.۱)$$

تعریف می‌کنیم. (که فرض کرده‌ایم خواندن رئوس در جهت عکس حرکت عقربه‌های ساعت صورت گرفته باشد.)

$$\begin{aligned}
O_۱ &= \begin{pmatrix} ۱ - ۰/۵x \\ -۱ + ۲/۵x \end{pmatrix}, \\
P_k &= \begin{pmatrix} \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴(۲k-۱)} + (x-۰/۵)(k-۲) \\ \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۴(۲k-۱)} - (x-۰/۵)(k-۴) \end{pmatrix}, \\
P_j &= \begin{pmatrix} \frac{۱}{۴} + (x-۰/۵)(۲j-۱/۵) \\ \frac{۱}{۲} + (x-۰/۵)(۲j^۲-۲j+۳) \end{pmatrix}, \qquad j = ۱, \dots, k-۱ \\
Q_k &= \begin{pmatrix} -\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴(۲k-۱)} + (x-۰/۵)(k-۱) \\ ۳x-۱ \end{pmatrix}, \\
Q_j &= \begin{pmatrix} -\frac{۱}{۴} + (x-۰/۵)(۲j-۰/۵) \\ \frac{۱}{۴} + (x-۰/۵)(۲j^۲+۲/۵) \end{pmatrix}, \qquad j = ۱, \dots, k-۱ \\
Q_a &= \begin{pmatrix} -\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴(۲k-۱)} + (x-۰/۵)(k-۳) \\ \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲(۲k-۱)} - (۲x-۱)(k-۳) \end{pmatrix}, \\
R_۳ &= \begin{pmatrix} -\frac{۳}{۴} + \frac{۱}{۴(۲k-۱)} + (x-۰/۵)k \\ -\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴(۲k-۱)} + (x-۰/۵)(k+۳) \end{pmatrix}, \\
R_۲ &= \begin{pmatrix} -\frac{۳}{۴} + (x-۰/۵)(۲k-۱/۵) \\ -\frac{۱}{۲} + (x-۰/۵)(۲k^۲-۲k+۳) \end{pmatrix}, \\
R_۱ &= \begin{pmatrix} -\frac{۳}{۴} + \frac{۱}{۴(۲k-۱)} + (x-۰/۵)(k-۲) \\ -\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۴(۲k-۱)} - (x-۰/۵)(k-۴) \end{pmatrix}, \\
S_{j+۱} &= \begin{pmatrix} -\frac{۱}{۴} + (x-۰/۵)(۲j-۰/۵) \\ -\frac{۳}{۴} + (x-۰/۵)(۲j^۲+۲/۵) \end{pmatrix}, \qquad j = ۰, \dots, k-۱ \\
S_a &= \begin{pmatrix} -\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴(۲k-۱)} + (x-۰/۵)(k-۱) \\ ۳x-۲ \end{pmatrix}, \\
O_۱ &= \begin{pmatrix} -۱/۵x+۱ \\ ۳x-۲ \end{pmatrix}, \\
T_j &= \begin{pmatrix} \frac{۱}{۴} + (x-۰/۵)(۲j-۱/۵) \\ -\frac{۱}{۲} + (x-۰/۵)(۲j^۲-۲j+۳) \end{pmatrix}, \qquad j = ۱, \dots, k \\
T_{k+۱} &= \begin{pmatrix} \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴(۲k-۱)} + (x-۰/۵)k \\ -\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴(۲k-۱)} + (x-۰/۵)(k+۳) \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

[۲] N. Thao