نتیجهٔ کلی‌تری به نام اصل ماکزیمال مورد نیاز است؛ قبل از بیان این اصل به معرفی چند اصطلاح نیاز است.

تعریف : فرض کنید $\mathcal{F}$ خانواده‌ای از مجموعه‌ها باشد، عضو M از $\mathcal{F}$ را ماکزیمال (نسبت به شمول مجموعه‌ای) گویند، هرگاه M مشمول هیچ عضوی از $\mathcal{F}$ جز خودش نباشد.

مثال ۱. *فرض کنید $\mathcal{F}$ خانوادهٔ تمام زیرمجموعه‌های مجموعهٔ ناتهی S باشد. (خانوادهٔ $\mathcal{F}$، مجموعهٔ توانی S نام دارد.) به راحتی می‌توان دید که S، یک عضو ماکزیمال F است.* □

مثال ۲. *فرض کنید S و T دو مجموعهٔ ناتهی مجزا و $\mathcal{F}$ اجتماع مجموعه‌های توانی آنها باشد. در این صورت، S و T هر دو اعضای ماکزیمال $\mathcal{F}$ است.* □

مثال ۳. *فرض کنید $\mathcal{F}$ خانوادهٔ همهٔ زیرمجموعه‌های متناهی مجموعهٔ نامتناهی S باشد. در این صورت $\mathcal{F}$ عضو ماکزیمال ندارد، چرا که اگر M عضو دلخواهی از $\mathcal{F}$ و s عضوی از S باشد که در M واقع نیست، $M \cup \{s\}$ عضوی از $\mathcal{F}$ خواهد بود که M را بعنوان زیرمجموعه‌ای سره در بر دارد.* □

تعریف : گردایهٔ C از مجموعه‌ها را یک زنجیر یا لانه یا برج نامند، هرگاه به ازای هر دو مجموعهٔ A و B و C، یا $A \subseteq B$ یا $B \subseteq A$.

مثال ۴. *برای هر عدد صحیح مثبت n فرض کنید $A_n = \{۱, ۲, \ldots, n\}$. در این صورت گردایهٔ $C = \{A_n : n = ۱, ۲, ۳, \ldots\}$ یک زنجیر است. در واقع $A_m \subseteq A_n$ اگر و تنها اگر $m \leqslant n$.* □

اصل ماکزیمال[۱] : فرض کنید $\mathcal{F}$ خانواده‌ای از مجموعه‌ها باشد. هرگاه به ازای هر زنجیر $C \subseteq \mathcal{F}$ عضوی از $\mathcal{F}$ وجود داشته باشد که همهٔ اعضای C را در بر دارد، در این صورت $\mathcal{F}$ شامل یک عضو ماکزیمال است.

[۱] اصل ماکزیمال معادل منطقی اصل انتخاب است که در اغلب نحوه‌های ارائهٔ نظریهٔ مجموعه‌ها به روش اصل موضوعی، فرض قرار می‌گیرد. برای مشاهدهٔ یکی از بررسی‌های نظریهٔ مجموعه‌ها که از اصل ماکزیمال استفاده می‌کند، به کتاب زیر مراجعه کنید:

John L. Kelly. General Topology. D. Van Nastrand Co.. Inc. 1995.