

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



بر عددی ماتریس های مختلط مقدار و ارتباط آن با نرم یکانی پایا

numerical range of complex matrices and its  
relation to unitarily invariant norms

سیده آزاده هاشم نژاد

استاد راهنما: دکتر رحیم علینژاده

استاد مشاور: دکتر محمد باقر اسدی

تیر ۱۳۸۹

\* مقدمه

\* برد عددی ماتریس های مربعی

\* نرم های یکانی پایا و شعاع عددی

\* نگاشت های خطی پایای برد و شعاع عددی روی ماتریس های مثلثی

مشابه طیف ها، برد عددی  $W(\cdot)$  مجموعه اعداد مختلطی است، که به طور طبیعی وابسته به یک ماتریس  $n \times n$  است.

طیف یک ماتریس یک مجموعه متناهی است، حال این که برد عددی یک مجموعه فشرده و محدب می باشد.

برد عددی حاوی اطلاعات مفیدی در مورد ماتریس ها است که طیف ها به تنهایی نمی توانند چنین اطلاعاتی را در اختیار ما قرار دهند.

## تعاریف اولیه

مجموعه‌ی همه مقادیر ویژه‌ی ماتریس  $A \in M_n$  را طیف  $A$  نامیده و آن را با  $\sigma(A)$  نمایش می‌دهیم.  
هم چنین شعاع طیفی ماتریس  $A$  را با  $\rho(A)$  نمایش داده و به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\rho(A) = \max\{|\lambda| : \lambda \in \sigma(A)\}.$$

## تعاریف اولیه

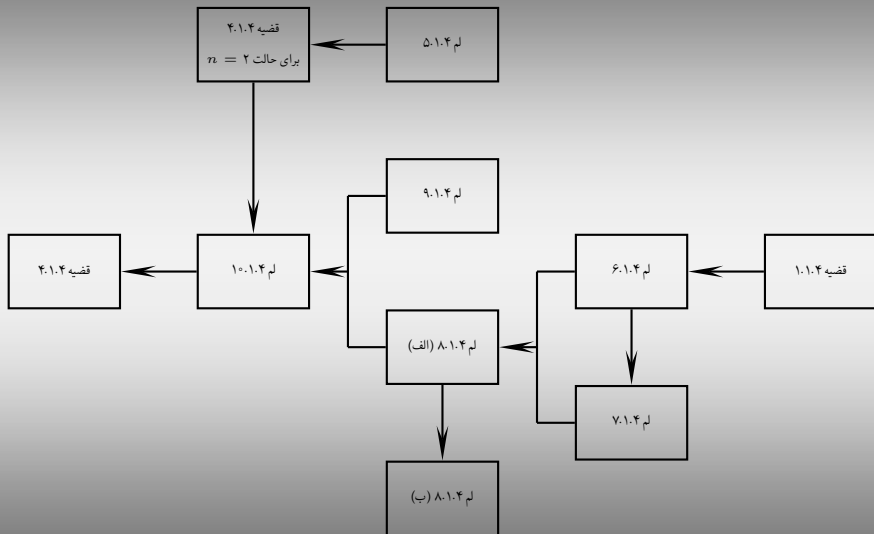
برد عددی ماتریس  $A \in M_n$  به صورت زیر تعریف می‌شود

$$W(A) = \{x^*Ax : x \in \mathbb{C}^n, x^*x = 1\}.$$

بنابراین  $W$  تابعی از  $M_n$  بتوی اعداد مختلط است. هم چنین شعاع عددی ماتریس  $A \in M_n$

به صورت زیر تعریف می‌شود

$$r(A) = \max\{|z| : z \in W(A)\}.$$



## قضیه

اپراتور خطی  $L : D_n \rightarrow D_n$  در تساوی زیر صدق می‌کند

$$W(L(A)) = W(A) \quad A \in D_n,$$

اگر و تنها اگر ماتریس جایگشتی  $P$  موجود باشد که تساوی  $L(A) = P^t A P$  برقرار باشد.



با تشکر از توجه