دانشکده‌ی علوم ریاضی
گروه آمار

رساله

برای دریافت درجه دکتری در رشته
آمار ، گرایش آمار

عنوان

براورد کوچکْ ناحیه‌ای با استفاده از روش‌های ناپارامتری و سری‌های زمانی

استاد راهنما

محمدرضا مشکانی

استاد مشاور

ترابی

پژوهشگر

فرهاد شکوهی

۱۳۹۰

نام خانوادگی دانشجو: شکوهی　　　　نام: فرهاد

عنوان: براورد کوچکْ ناحیه‌ای با استفاده از روش‌های ناپارامتری و سری‌های زمانی

استاد راهنما: محمدرضا مشکانی

استاد مشاور: ترابی

مقطع تحصیلی: دکتری　　　　رشته: آمار　　　　گرایش: آمار

دانشگاه: شهید بهشتی تهران　　　　دانشکده‌ی علوم ریاضی

تاریخ فارغ‌التحصیلی: ۱۳۹۰　　　　تعداد صفحات: ۱۱

واژگان کلیدی: براورد کوچکْ ناحیه‌ای، سری‌های زمانی، داده تاگی

چکیده

در این رساله قصد داریم تا با معرفی روش جدید Data Cloning به توسعه‌ی روش ناپارامتری در براورد کوچکْ ناحیه‌ای با استفاده از سری‌های زمانی بپردازیم.

در این رساله به مقوله‌های همچون مدل رائو - یو، مدل‌های تعمیم‌یافته‌ی خطی آمیخته (Generalized Linear Mixed Models) ، مدل ناپارامتری ارایه شده توسط اُپسومر و توسعه‌ی این مدل‌ها به مدل ناپارامتری همراه با اثرات تصادفی و سری‌های زمانی شامل مولفه‌های سری‌های زمانی، بخش ناپارامتری، اثرات تصادفی ناحیه‌ای و خطاهای نمونه‌ای است خواهیم پرداخت و در نهایت این مدل را به مدل‌های تعمیم‌یافته‌تر با استفاده از تابع پیوند لوجیت توسعه خواهیم داد.

برای این کار ابتدا با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی به طریق بیز و روش جدید Data Cloning به کارایی مدل‌های پیشنهادی خواهیم پرداخت و سپس برای ارایه‌ی کاربردی از این مدل‌ها، به تحلیل داده‌های پیمایش نیروی کار ایران برای سال‌های ۱۳۸۴ تا ۱۳۸۸ خواهیم پرداخت.

تقدیم به خودم

و کسانی که مرا دوست دارند...

خدایا... [1]

به من زیستنی عطا کن که در لحظه مرگ، بر بی‌ثمری لحظه‌ای که برای زیستن گذشته است، حسرت نخورم و مُردنی عطا کن که بر بیهودگیش، سوگوار نباشم. بگذار تا آن را، خود انتخاب کنم، اما آنچنان که تو دوست می‌داری.

تو می‌دانی و همه می‌دانند که شکنجه دیدن بخاطر تو، زندانی کشیدن بخاطر تو و رنج بردن به پای تو تنها لذت بزرگ زندگی من است، از شادی توست که من در دل می‌خندم، از امید رهایی توست که برق امید در چشمان خسته‌ام می‌درخشد و از خوشبختی توست که هوای پاک سعادت را در ریه‌هایم احساس می‌کنم. نمی‌توانم خوب حرف بزنم. نیروی شگفتی را که در زیر کلمات ساده و جمله‌های ضعیف و افتاده، پنهان کرده‌ام دریاب، دریاب.

تو می‌دانی و همه می‌دانند که زندگی از تحمیل لبخندی بر لبان من، از آوردن برق امیدی در نگاه من، از برانگیختن موج شعفی در دل من، عاجز است.

تو، چگونه زیستن را به من بیاموز، چگونه مردن را خود خواهم آموخت.

به من توفیق تلاش در شکست، صبر در نومیدی، رفتن بی‌همراه، جهاد بی‌سلاح، کار بی‌پاداش، فداکاری در سکوت، دین بی‌دنیا، مذهب بی‌عوام، عظمت بی‌نام، خدمت بی‌نان، ایمان بی‌ریا، خوبی بی‌نمود، گستاخی بی‌خامی، قناعت بی‌غرور، عشق بی‌هوس، تنهایی در انبوه جمعیت، و دوست داشتن بی‌آنکه دوست بداند، روزی کن.

اگر تنهاترین تنهاشوم، باز خدا هست

او جانشین همه نداشتن‌هاست...

[1] مناجاتی از دکتر علی شریعتی.

سپاس گزاری...

سپاس خداوندگار حکیم را که با لطف بی‌کران خود، آدمی را زیور عقل آراست.

فرهاد شکوهی

۱۳۹۰

فهرست مطالب

فصل ۱
پیشینه پژوهش و تعاریف مقدماتی

۱.۱ مقدمه

براورد کوچک ناحیه‌ای به براوردی گفته می‌شود که به دلیل ناکافی بودن میزان نمونه در یک ناحیه یا حوزه و قابل اطمینان نبودن براوردهای مستقیم با استفاده از روش‌ها و مدل‌های براورد کوچک ناحیه‌ای به دست می‌آید.

در این رساله با ارایه‌ی روش جدید داده تاگی [1] به بررسی تعمیم مدل‌های موجود خواهیم پرداخت. رائو (۲۰۰۳) به بررسی کارهای انجام شده پرداخته است.

[1] Data Cloning

فصل ۲
فضاهای فشرده پایدار و فضاهای مرتب فشرده

۱.۲ فضاهای مرتب فشرده

یک فضای توپولوژیک جزئاً مرتب (یا به طور خلاصه، فضای مرتب)، از دیدگاه ناخبین[۱] ؟، مجموعه‌ای مانند X همراه با یک توپولوژی $\mathcal{O}$ و یک ترتیب $\leq$ است به طوری که گراف ترتیب در $X \times X$ بسته باشد. این تعریف، این فرض را می‌رساند که برای دو تور همگرای $x_i \to x$ و $y_i \to y$، خاصیت $x_i \leq y_i$ برای هر $i \in I$، رابطه $x \leq y$ را ایجاب می‌کند. در مورد مجموعه‌های باز، این تعریف معادل این است که بگوییم برای هر دو نقطه $x \not\leq y$ در X، مجموعه‌های باز U شامل x و V شامل y وجود دارد به طوری که برای هر $x' \in U$ و هر $y' \in V$، رابطه $x' \not\leq y'$ برقرار باشد؛ از این مطالب نتیجه می‌شود که فضاهای مرتب، هاسدورف هستند. در یک فضای مرتب، مجموعه‌های به فرم $\uparrow\{x\} = \uparrow x$ یا $\downarrow\{x\} = \downarrow x$، همیشه بسته هستند و به طور کلی این حکم برای $\uparrow A$ و $\downarrow A$وقتی که A فشرده است، نیز برقرار است. این ملاحظه کوتاه، در صورتی که فضای مرتب، فشرده باشد نتایجی قوی دارد همان‌طور که اول بار توسط لئوپولدو[۲]ناخبین ؟ بیان شد:

لم ۱.۱.۲ (ناخبین ؟). *فرض کنید $(X, \mathcal{O}, \leq)$ یک فضای مرتب فشرده باشد.*

(۱) (نرمال بودن ترتیب) *فرض کنید A و B زیرمجموعه‌های بسته مجزای X باشند که در آن A یک مجموعه بالایی و B یک مجموعه پایینی است. در این صورت، همسایگی‌های باز مجزای $A \subseteq U$ و $B \subseteq U$ وجود دارند به طوری که U مجموعه بالایی و V یک مجموعه پایینی باشد.*

(۲) (جدایی ترتیب) *اگر $x \not\leq y$ آنگاه مجموعه بالایی بازی شامل x مانند U و مجموعه پایینی بازی شامل y مانند V وجود دارد به طوری که این دو مجموعه، مجزا هستند.*

---
[۱] Nachbin
[۲] Leopoldo

(۳) (*خاصیت اوریسونی ترتیب*) *برای هر جفت* A *و* B *از زیرمجموعه‌های بسته مجزا که در آن،* A *یک مجوعه بالایی و* B *یک مجموعه پایینی است، یک تابع حافظ ترتیب پیوسته بتوی بازه* $[\circ, ۱]$ *وجود دارد به طوری که روی* A *مقدار ۱ و روی* B *مقدار ۰ را دارد.*

برهان. با توجه به نرمال بودن فضاهای هاسدورف فشرده، A و B دارای همسایگی‌های باز مجزای U' و V' هستند. قرار دهید $U = X\setminus \downarrow (X \setminus U')$ و $V = X\setminus \downarrow (X \setminus V')$. جدایی ترتیب، حالت خاصی از نرمال بودن ترتیب است و خاصیت حافظ ترتیبِ لم اوریسون، مطابق معمول، از کاربرد مکرر نرمال بودن ترتیب، نتیجه می‌شود. $\square$

۲.۲ توپولوژی بالایی یک فضای مرتب فشرده

یک راه بیان لم قبل، این است که بگوییم مجموعه‌های بالایی باز زیادی در یک فضای مرتب فشرده وجود دارد. برای هر فضای مرتب، گردایه

$$\mathcal{U} := \{U \in \mathcal{O} : U = \uparrow U\}$$

از مجموعه‌های بالایی باز، یک توپولوژی تعریف می‌کند که از توپولوژی اصلی، درشت‌تر است و آن را به طور خلاصه، توپولوژیِ از پایین همگرا یا توپولوژی بالایی می‌نامیم؛ فضای توپولوژیکی حاصل $(X,\mathcal{U})$ را با $X^{\uparrow}$ نشان می‌دهیم.

مجموعه‌هایی به فرم $X\setminus \downarrow x$، همیشه به $\mathcal{U}$ تعلق دارند و بنابراین هر مجموعه بالایی، برابر اشتراک همسایگی‌های $\mathcal{U}$-باز خود است، به عبارت دیگر، هر مجموعه بالایی، $\mathcal{U}$-اشباع‌شده است. عکس این حالت، بدیهی است، بنابراین داریم:

فصل ۳
اندازه‌ها و ارزیابی‌ها

۱.۳ اندازه‌ها و تابعی‌های خطی مثبت روی $C(X)$

فرض کنید X یک فضای هاسدورف دلخواه و $\mathcal{B}$، σ -جبر مجموعه‌های بورل باشد به عبارت دیگر، σ-جبر تولید شده توسط زیر مجموعه‌های باز X باشد. یادآوری می‌کنیم که یک اندازه بورل روی X، تابعی مانند $m : \mathcal{B} \to \overline{\mathbb{R}}$ است به طوری که

m اکید است: $m(\emptyset) = ۰$

m جمع‌پذیر است: $m(A) + m(B) = m(A \cup B)$، وقتی که $A, B \in \mathcal{B}$ و مجزا باشند،

m، σ-پیوسته است: $m(\cup_n A_n) = \sup_n m(A_n)$ برای هر دنباله صعودی $A_n \in \mathcal{B}$.

از خاصیت اکید بودن و σ-پیوسته بودن، نتیجه می‌شود که اندازه‌ها فقط مقادیر مثبت را قبول می‌کنند. یک اندازه، منتظم داخلی نامیده می‌شود هرگاه برای هر مجموعه بورل A داشته باشیم

$$m(A) = \sup \{m(K) : K \subseteq A, \ \text{فشرده } K\}.$$

می‌گوییم m، یک اندازه رادون[1] است هرگاه m منتظم داخلی بوده و نیز برای هر زیرمجموعه فشرده K، $m(K) < \infty$. برای یک اندازه رادون کراندار ، به عبارت دیگر، اندازه رادونی که $m(K) < \infty$، با گرفتن متمم، منتظم داخلی بودن، منتظم خارجی بودن را ایجاب می‌کند:

$$m(A) = \inf \{m(U) : A \subseteq U, \ \text{باز } U\}$$

برای همه مجموعه‌های بورل A.

مجموعه همه اندازه‌های رادون کراندار روی X را با $\mathfrak{M}(X)$،

زیرمجموعه همه اندازه‌های رادون با شرط $m(X) \leqslant ۱$ را با $\mathfrak{M}_{\leqslant ۱}(X)$ و

[1] Radon

مجموعه اندازه‌های احتمال رادون، ...

مراجع

Rao, J. N. K. (2003). *Small Area Estimation* (1 ed.). Wiley-Interscience.

5 ,

4 ,

4 ,

4 ,

4 ,

4 ,

Surname: Shokoohi Name: Farhad

Title: Small area estimation using p-spline and time series errors

Supervisor: Mohammad Reza Meshkani

Advisor: Mahmoud Torabi

Degree: Doctor of Science Subject: Statistics

Field: Small area estimation

Shahid Beheshti University Faculty Of Mathematical Sciences

Date: 2011 Number of pages: 11

Keywords: small area estimation, Data cloning, Time series, GLMM,

Abstract

This thesis reviews the one-to-one correspondence between stably compact spaces (a topological concept covering most classes of semantic domains) and compact ordered Hausdorff spaces. The correspondence is extended to certain classes of real-valued functions on these spaces. This is the basis for transferring methods and results from functional analysis to the non-Hausdorff setting.

As an application of this, the Riesz Representation Theorem is used for a straightforward proof of the (known) fact that every valuation on a stably compact space extends uniquely to a Radon measure on the Borel algebra of the corresponding compact Hausdorff space.

The view of valuations andmeasures as certain linear functionals on function spaces suggests considering a weak topology for the space of all valuations. If these are restricted to the probabilistic or sub-probabilistic case, then another stably compact space is obtained. The corresponding compact ordered space can be viewed as the set of (probability or sub-probability) measures together with their natural weak topology.

Shahid Beheshti University
Faculty Of Mathematical Sciences

Doctoral Thesis Submitted in Partial Fulfillment of The Requirements For The Degree of Doctor of Science in

Statistics

Small area estimation using p-spline and time series errors

Supervisor

Mohammad Reza Meshkani

Advisor

Mahmoud Torabi

by

Farhad Shokoohi

2011