

انتگرال  $I = \int (1 + i - zz^*) dz$  را در امتداد منحنی‌های زیر که نقاط  $z_1 = 0$  و  $z_2 = 1 + i$  را به هم وصل می‌کند حساب کنید .  
 الف خط مستقیم واصل بین  $z_1$  و  $z_2$   
 ب سهمی  $y = x^2$   
 ج خط شکسته‌ی  $z_1 z_2 z_3$  که  $z_3 = 1$   
 جواب :  
 الف

$$y = x \implies dx = dy; \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$I = \int_0^1 [(\bar{1} - \bar{2}x) - (\bar{1} + \bar{2}x)]dx + i \int_0^1 [(\bar{1} + \bar{2}x) + (\bar{1} - \bar{2}x)]dx = \bar{2}i - \bar{2}$$

ب

$$y = x^2 \implies dy = 2x dx \quad 0 \leq x \leq 1$$

$$I = \int_0^1 [(\bar{1} - \bar{2}x) - (\bar{1} + \bar{2}x^2)\bar{2}x]dx + i \int_0^1 [(\bar{1} + \bar{2}x^2) + (\bar{1} - \bar{2}x)]dx = -\bar{2} + \frac{4}{3}i$$

ج

$$I = \int_{z_1 z_2} (1 + i - zz^*) dz + \int_{z_2 z_3} (1 + i - zz^*) dz$$

$z_1 z_3 :$