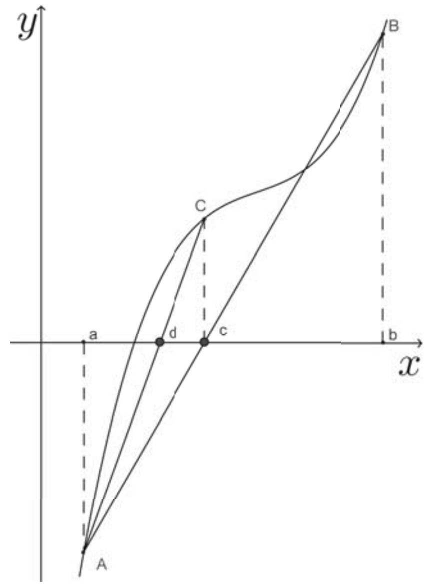


شکل ۵.۱: روش نا بجایی به صورت ترسیمی

$$c = b - \frac{f(b)(b-a)}{f(b)-f(a)} = \frac{bf(b)-bf(a)-bf(b)+af(b)}{f(b)-f(a)} \tag{۸.۱}$$

$$c = \frac{af(b)-bf(a)}{f(b)-f(a)} \tag{۹.۱}$$

در روش نابجایی و تنصیف باید یک نقطه توقفی داشته باشیم.

برای اعداد کوچک جواب تا t رقم اعشار صحیح است $|c_{k+۱} - c_k| \leq \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{-t}$ (۱۰.۱)

(۱۱.۱) برای اعداد برزگ جواب تا k رقم اعشار صحیح است $\frac{|c_{k+۱} - c_k|}{|c_{k+۱}|} \leq ۱۰^{-k}$

مثال ۲ ریشه حقیقی معادله $f(x) = x^۳ - ۲x + ۵$ را پیدا کنید.
$f(۲) = -۱$ و $f(۳) = ۱۶$ پس $a = ۲$ و $b = ۳$ و ریشه بین آنها قرار دارد.

$$x_۱ = \frac{af(b) - bf(a)}{f(b) - f(a)} = \frac{۲ \times ۱۶ - ۳ \times -۱}{۱۶ - (-۱)} = \frac{۳۵}{۱۷} = ۲/۰۵۸۸۲$$

حال $f(x_۱) = -۰/۳۹۰۸۰$ و در نتیجه ریشه بین ۲/۰۵۸۸۲ و ۳ قرار دارد.

$$x_۲ = \frac{۲/۰۵۸۸۲ \times ۱۶ - ۳ \times (-۰/۳۹۰۸۰)}{۱۶/۳۹۸۰} = ۲/۰۸۱۲۶$$

$$f(x_۲) = -۰/۱۴۷۲۰ \Rightarrow a = ۲/۰۸۱۲۶, b = ۳$$

و به همین نحو:

$$x_۳ = ۲/۰۸۹۶۴, x_۴ = ۲/۰۹۲۷۴, x_۵ = ۲/۰۹۳۸۸$$

$$, x_۶ = ۲/۰۹۴۴۳۱, x_۷ = ۲/۰۹۴۴۶, \cdots$$

مقدار صحیح $۲/۰۹۴۵۰\cdots$ است و $x_۷$ تا چهار رقم منطبق بر جواب است.

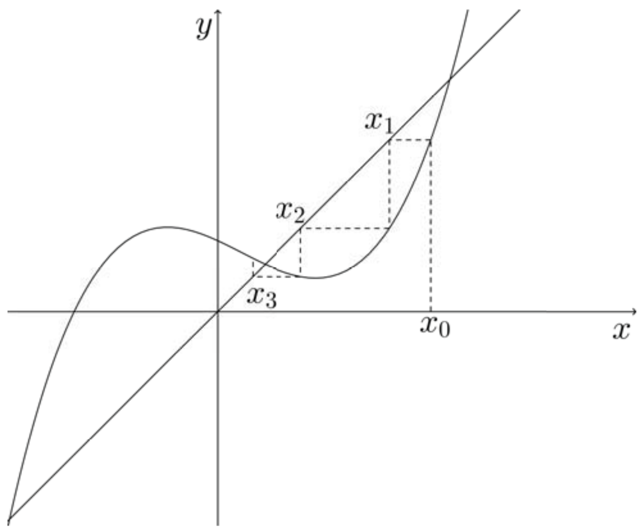
۴.۱ روش تکرار ساده Simple iteration method

برای حل معادله $f(x) = ۰$ معادله را به صورت $x = g(x)$ می‌نویسیم اگر xای پیدا شود که عبارت $x = g(x)$ را ارضا کند آن x جواب معادله $f(x) = ۰$ خواهد بود. دنباله $x_{k+۱} = g(x_k)$ را می‌سازیم اگر این دنباله همگرا باشد به شرطی که $g(x)$ پیوسته باشد یعنی $\lim_{x \to \infty} x_k = \alpha$ شود که $f(\alpha) = ۰$ است در آن صورت α جواب خواهد شد. $x_۰$ تقریب اولیه است.

شکل ۵.۱: شرایط همگرایی و واگرایی یک تابع نزولی

مثال ۳ یک ریشه برای تابع $f(x) = xe^x - ۱$ بدست آورید.

$$xe^x - ۱ = ۰, f(x) = ۰ \Rightarrow xe^x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{e^x} = e^{-x}, g(x) = e^{-x}$$



شکل ۶.۱: روش تکرار ساده به صورت ترسیمی

$$f(۰) = -۱ < ۰, f(۱) = ۱/۷۱۸ > ۰$$

این روش یک تقریب اولیه می‌خواهد و با توجه به عبارت بالا این تقریب باید ما بین ۱ و ۰ باشد.

$$x_{k+۱} = g(x_k)$$

با فرض $x_۰ = ۰/۵$

۱. $x_۱ = e^{-۰/۵} = ۰/۶۰۶$

۲. $x_۲ = e^{-۰/۶۰۶} = ۰/۵۴۵$

۳. $x_۳ = e^{-۰/۵۴۵} = ۰/۵۷۹$

۴. $x_۴ = e^{-۰/۵۷۹} = ۰/۵۶$

۵. $x_۵ = e^{-۰/۵۶} = ۰/۵۷۱$

$$|x_۴ - x_۵| = ۰/۰۱۱ \leq \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{-۱}$$