

همان طور که در مثال نیز مشاهده شد محاسبه ماتریس \tilde{A} در هر تکرار، هم از لحاظ تعداد محاسبات و هم از لحاظ زمانی مقرون به صرفه نیست. بنابراین تضمین کارایی الگوریتم گفته شده در گرو امکان به کار بردن آن بدون نیاز به محاسبه تک تک درایه های ماتریس \tilde{A}_i می باشد. یک راه حل برای این مشکل به این صورت است که اندیس های t_i و j_i را به گونه ای انتخاب کنیم که $\tilde{r}_{t_i}^i$ و $\tilde{c}_{j_i}^i$ در نتیجه $(\tilde{r}_{t_i}^i - 1)(\tilde{c}_{j_i}^i - 1)$ به صورت قابل انتظاری کوچک باشند. از آنجا که طبق رابطه؟؟، t_i امین سطر \tilde{A}_i ، $a_{t_i}^T H_i^T$ است پس $\tilde{r}_{t_i}^i$ تعداد غیر صفرها در $a_{t_i}^T H_i^T$ می باشد. بنابراین اندیس سطر t_i از ماتریس A را به گونه ای انتخاب می کنیم که از بین تمام سطرها ی ماتریس A که تاکنون در نظر گرفته نشده دارای کمترین درایه غیر صفر باشد و قرار می دهیم $s_i = H_i a_{t_i}$. برای این کار کافی است قبل از شروع الگوریتم سطر های ماتریس A را بر اساس تعداد درایه های غیر صفر به صورت صعودی مرتب کنیم. به طور مشابه از آنجا که j_i امین ستون ماتریس \tilde{A}_i ، $A_{m-i} h_{j_i}$ است j_i را اندیس ستونی از ماتریس \tilde{A}_i قرار می دهیم که از بین تمام درایه های غیر صفر بردار s_i صادق در نامساوی؟؟، متناظر با سطری از H_i باشد که دارای کمترین تعداد ناصفر ها است. بنابراین با ترفند گفته شده نیاز به محاسبه ماتریس \tilde{A} در هر مرحله از بین می رود.

ما برای توضیح ایده خود در ابتدا فرض کردیم ماتریس A دارای رتبه سطری کامل باشد. با این وجود در الگوریتمی که در ادامه خواهیم گفت نیازی به این محدودیت نیست (اگر $s_i = 0$ ، آنگاه سطر فعلی را رها کرده و سطر بعدی را در نظر خواهیم گرفت). انتظار می رود الگوریتم پیشنهاد شده بتواند یک پایه پوچ تنک برای ماتریس تنک تولید کند. شرح الگوریتم به صورت زیر می باشد.

از آنجا که طبق رابطه؟؟، t_i امین سطر \tilde{A}_i ، $a_{t_i}^T H_i^T$ است پس $\tilde{r}_{t_i}^i$ تعداد غیر صفرها در $a_{t_i}^T H_i^T$ می باشد. بنابراین اندیس سطر t_i از ماتریس A را به گونه ای انتخاب می کنیم که از بین تمام سطرها ی ماتریس A که تاکنون در نظر گرفته نشده دارای کمترین درایه غیر صفر باشد و قرار می دهیم $s_i = H_i a_{t_i}$. برای این کار کافی است قبل از شروع الگوریتم سطر های ماتریس A را بر اساس تعداد درایه های غیر صفر به صورت صعودی مرتب کنیم. به طور مشابه از آنجا که j_i امین ستون ماتریس \tilde{A}_i ، $A_{m-i} h_{j_i}$ است j_i را اندیس ستونی از ماتریس \tilde{A}_i قرار می دهیم که از بین تمام درایه های غیر صفر بردار s_i صادق در نامساوی؟؟، متناظر با سطری از H_i باشد که دارای کمترین تعداد ناصفر ها است. بنابراین با ترفند گفته شده نیاز به محاسبه ماتریس \tilde{A} در هر مرحله از بین می رود.

ما برای توضیح ایده خود در ابتدا فرض کردیم ماتریس A دارای رتبه سطری کامل باشد. با این وجود در الگوریتمی که در ادامه خواهیم گفت نیازی به این محدودیت نیست (اگر $s_i = 0$ ، آنگاه سطر فعلی را رها کرده و سطر بعدی را در نظر خواهیم گرفت). انتظار می رود الگوریتم پیشنهاد شده بتواند یک پایه پوچ تنک برای ماتریس تنک تولید کند. شرح الگوریتم به صورت زیر می باشد.

الگوریتم ۱ الگوریتم ...برای محاسبه یک پایه پوچ تنک

مرحله ۱. سطرهای ماتریس $A \in R^{m,n}$ را بر اساس تعداد درایه های غیر صفر به صورت صعودی مرتب کرده و آنها را به ترتیب a_{t_1} تا a_{t_m} بنامید. همچنین فرض کنید H_1 ماتریس همانی در $R^{n,n}$ و $u \in [0, 1]$ یک عدد ثابت باشد. قرار دهید $r_1 = n$ و $i = 1$.

مرحله ۲. قرار دهید $s_i = H_i a_{t_i}$.

مرحله ۳. اگر $s_i = 0$ قرار دهید $r_{i+1} = r_i$ ، $i = i + 1$ ، $H_{i+1} = H_i$ و به گام دوم بروید.

مرحله ۴. فرض کنید $s_i^{j_i}$ درایه ی غیر صفری از s_i باشد که از بین همه درایه های غیر صفر s_i صادق در نامساوی

$$|s_i^{j_i}| \geq u \max\{|s_i^k|, 1 \leq k \leq n - i + 1\},$$

متناظر با سطری از H_i باشد که دارای کمترین تعداد عناصر غیر صفر است (در صورتی که کمینه روی چند اندیس رخ دهد اولین را انتخاب کنید).

مرحله ۵. s_i و G_i را به صورت گفته شده در نظر بگیرید و قرار دهید $H_{i+1} = G_i H_i$.

مرحله ۶. اگر $i = m$ متوقف شوید (H_{m+1} یک پایه ی پوچ برای فضای پوچ ماتریس A است). در غیر این صورت قرار دهید $r_{i+1} = r_i - 1$ ، $i = i + 1$ و به گام دوم بروید.
